

**Тренировочная работа №4 по МАТЕМАТИКЕ****9 класс**

5 марта 2020 года

Вариант МА1990604

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

**Инструкция по выполнению работы**

Работа состоит из двух частей, включающих в себя 26 заданий. Часть 1 содержит 20 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 15 запишите в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Если получилась обыкновенная дробь, переведите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе бумаги. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание был записан под правильным номером.

***Желаем успеха!*****Часть 1**

**Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр.**

**Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.**

Хозяин дачного участка строит баню с парным отделением. Размеры парного отделения: длина — 3,5 м, ширина — 2,4 м, высота — 2 м. Для разогрева парного помещения можно использовать электрическую или дровяную печь. Три возможных варианта даны в таблице.

Печь	Тип	Отапливаемый объём, куб. м	Масса, кг	Цена, руб.
А	дровяная	10–15	41	18 500
Б	дровяная	13–18	50	20 200
В	электрическая	11–17	18	17 200

Для установки дровяной печи дополнительных затрат не потребуется. Установка электрической печи потребует подведения специального кабеля, что обойдётся в 6000 руб. Кроме того, хозяин подсчитал, что за год электрическая печь израсходует 2300 киловатт-часов электроэнергии по 3,8 руб. за 1 киловатт-час, а дровяная печь за год израсходует 1,5 куб. м дров, которые обойдутся по 1800 руб. за 1 куб. м.

**1** Найдите объём парного отделения строящейся бани (в куб. м).

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2** На сколько рублей дровяная печь, подходящая по отапливаемому объёму парного отделения, обойдётся дешевле электрической с учётом установки?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3** На сколько рублей эксплуатация дровяной печи обойдётся дешевле эксплуатации электрической в течение года?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Доставка печи из магазина до участка стоит 750 рублей. При покупке печи ценой выше 17 000 рублей магазин предлагает скидку 5 % на товар и 20 % на доставку. Сколько будет стоить покупка печи Б вместе с доставкой на этих условиях?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Хозяин выбрал дровяную печь. Чертёж печи показан на рис. 1.

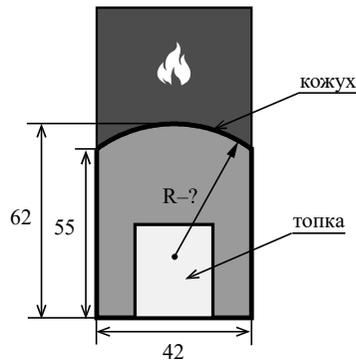


Рис. 1

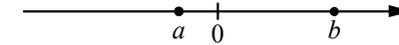
Печь снабжена кожухом вокруг дверцы топки. Верхняя часть кожуха выполнена в виде арки, приваренной к передней стенке по дуге окружности (см. рис. 1). Для установки печки хозяину понадобилось узнать радиус закругления арки  $R$ . Размеры кожуха в сантиметрах показаны на рисунке. Найдите радиус в сантиметрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Найдите значение выражения  $\frac{11}{4} - \frac{2}{5}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На координатной прямой отмечены числа  $a$  и  $b$ .



Какое из приведённых утверждений для этих чисел **неверно**?

- 1)  $a+b > 0$       2)  $a-b < 0$       3)  $ab^2 < 0$       4)  $ab > 0$

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения  $\sqrt{11 \cdot 18} \cdot \sqrt{22}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 Решите уравнение  $3x^2 = 9x$ .  
Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

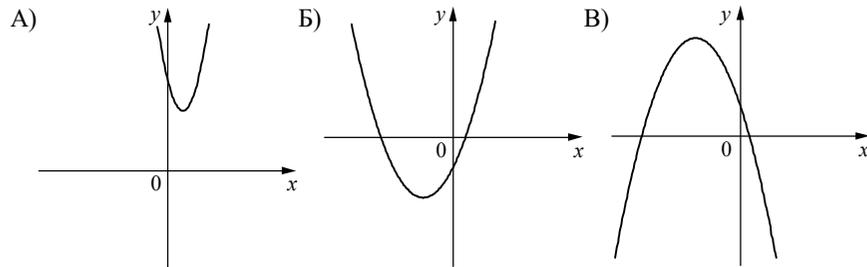
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 В лыжных гонках участвуют 7 спортсменов из России, 1 спортсмен из Норвегии и 2 спортсмена из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из Норвегии.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11** На рисунках изображены графики функций вида  $y = ax^2 + bx + c$ . Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов  $a$  и  $c$ .

ГРАФИКИ



КОЭФФИЦИЕНТЫ

- 1)  $a > 0, c < 0$       2)  $a < 0, c > 0$       3)  $a > 0, c > 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

**12** Выписаны первые три члена арифметической прогрессии:  
 $-1; 2; 5; \dots$

Найдите сумму первых пяти её членов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**13** Найдите значение выражения  $\frac{36}{4a - a^2} - \frac{9}{a}$  при  $a = 14$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**14** В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси (в рублях) длительностью более 5 минут рассчитывается по формуле  $C = 150 + 11(t - 5)$ , где  $t$  — длительность поездки (в минутах). Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость 12-минутной поездки. Ответ дайте в рублях.

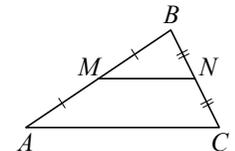
Ответ: \_\_\_\_\_.

**15** Укажите решение неравенства  $8x - 3(x + 9) \geq -9$ .

- 1)  $[3, 6; +\infty)$       2)  $[-7, 2; +\infty)$       3)  $(-\infty; 3, 6]$       4)  $(-\infty; -7, 2]$

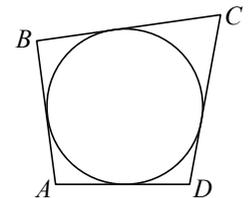
Ответ:

**16** Точки  $M$  и  $N$  являются серединами сторон  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$ , сторона  $AB$  равна 24, сторона  $BC$  равна 13, сторона  $AC$  равна 26. Найдите  $MN$ .



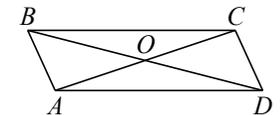
Ответ: \_\_\_\_\_.

**17** Четырёхугольник  $ABCD$  описан около окружности,  $AB = 6, BC = 8, CD = 11$ . Найдите  $AD$ .



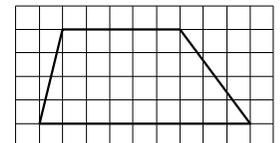
Ответ: \_\_\_\_\_.

**18** Диагонали  $AC$  и  $BD$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $O, AC = 22, BD = 24, AB = 3$ . Найдите  $DO$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**19** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображена трапеция. Найдите её площадь.



Ответ: \_\_\_\_\_.

20

Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Один из углов треугольника всегда не превышает 60 градусов.
- 2) Площадь ромба равна произведению его стороны на высоту, проведённую к этой стороне.
- 3) Две прямые, параллельные третьей прямой, перпендикулярны.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

*При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист бумаги. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.*

21

Решите неравенство  $\frac{-15}{(x+1)^2-3} \geq 0$ .

22

Имеются два сосуда, содержащие 48 кг и 42 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 42 % кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 40 % кислоты. Сколько процентов кислоты содержится во втором растворе?

23

Постройте график функции

$$y = -5 - \frac{x-1}{x^2-x}$$

Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  не имеет с графиком общих точек.

24

Биссектриса угла  $A$  параллелограмма  $ABCD$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $K$ . Найдите периметр параллелограмма, если  $BK = 11$ ,  $CK = 20$ .

25

В трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  диагонали пересекаются в точке  $P$ . Докажите, что площади треугольников  $APB$  и  $CPD$  равны.

26

Окружности радиусов 45 и 55 касаются внешним образом. Точки  $A$  и  $B$  лежат на первой окружности, точки  $C$  и  $D$  — на второй. При этом  $AC$  и  $BD$  — общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми  $AB$  и  $CD$ .

**Ответы на тренировочные варианты 1990601-1990604 (ОГЭ) от 05.05.2020**

	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>
<b>1990601</b>	16,38	1700	5330	20035	24,25	1,03	3	42	0	0,35	231	104	0,25	238	3	31	19	10	36	1
<b>1990602</b>	19,2	1000	5870	23315	33,8	3,85	1	30	0	0,1	321	91	- 0,2	271	2	14	16	11	25	2
<b>1990603</b>	15,2	3600	3880	19030	32,5	5,45	3	24	0	0,45	312	72	- 1,8	194	3	36	22	15	35	23
<b>1990604</b>	16,8	3000	6040	19790	35	2,35	4	66	0	0,1	312	25	- 0,9	227	1	13	9	12	28	12

## Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

21 Решите неравенство  $\frac{-15}{(x+1)^2-3} \geq 0$ .

Решение.

Исходное неравенство запишем в виде

$$\frac{15}{(x+1-\sqrt{3})(x+1+\sqrt{3})} \leq 0,$$

откуда  $-1-\sqrt{3} < x < -1+\sqrt{3}$ .

Ответ:  $(-1-\sqrt{3}; -1+\sqrt{3})$ .

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

22 Имеются два сосуда, содержащие 48 кг и 42 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 42 % кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 40 % кислоты. Сколько процентов кислоты содержится во втором растворе?

Решение.

Пусть концентрация кислоты в первом сосуде равна  $c_1\%$ , а во втором —  $c_2\%$ .

Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{48c_1 + 42c_2}{90} = 42, \\ \frac{c_1 + c_2}{2} = 40; \end{cases} \quad \begin{cases} 48c_1 + 42c_2 = 3780, \\ c_1 + c_2 = 80, \end{cases}$$

откуда  $c_1 = 70$ ,  $c_2 = 10$ .

Ответ: 10.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

23 Постройте график функции

$$y = -5 - \frac{x-1}{x^2-x}.$$

Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  не имеет с графиком общих точек.

Решение.

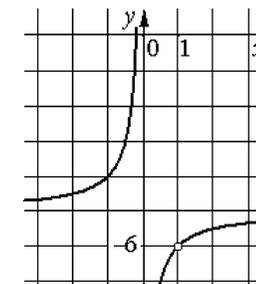
Преобразуем выражение:  $-5 - \frac{x-1}{x^2-x} = -5 - \frac{1}{x}$

при условии, что  $x \neq 1$ .

Построим график.

Прямая  $y = m$  не имеет с графиком ни одной общей точки при  $m = -5$  или  $m = -6$ .

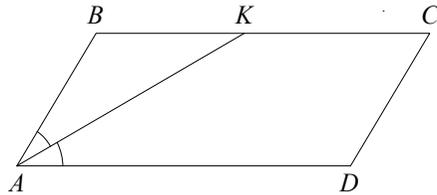
Ответ:  $m = -5$ ;  $m = -6$ .



Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

- 24** Биссектриса угла  $A$  параллелограмма  $ABCD$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $K$ . Найдите периметр параллелограмма, если  $BK = 11$ ,  $CK = 20$ .

Решение.



Углы  $BKA$  и  $KAD$  равны как накрест лежащие при параллельных прямых  $BC$  и  $AD$  и секущей  $AK$ ,  $AK$  — биссектриса угла  $BAD$ , следовательно,  $\angle BKA = \angle KAD = \angle BAK$ . Значит, треугольник  $BKA$  равнобедренный и  $AB = BK = 11$ .

По формуле периметра параллелограмма находим

$$P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 84.$$

Ответ: 84.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

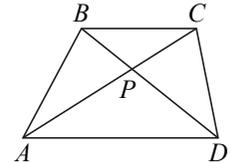
- 25** В трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  диагонали пересекаются в точке  $P$ . Докажите, что площади треугольников  $APB$  и  $CPD$  равны.

Доказательство.

Расстояния от точек  $B$  и  $C$  до прямой  $AD$  равны, следовательно, площади треугольников  $ABD$  и  $ACD$  равны. Тогда

$$S_{APB} = S_{ABD} - S_{APD} = S_{ACD} - S_{APD} = S_{CPD}.$$

Значит, площади треугольников  $APB$  и  $CPD$  равны.

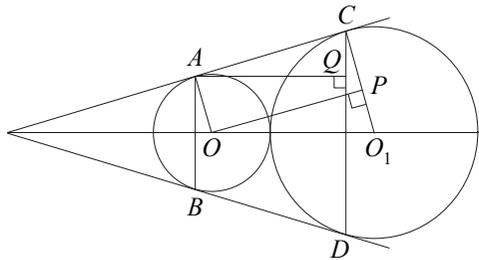


Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

- 26** Окружности радиусов 45 и 55 касаются внешним образом. Точки  $A$  и  $B$  лежат на первой окружности, точки  $C$  и  $D$  — на второй. При этом  $AC$  и  $BD$  — общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми  $AB$  и  $CD$ .

Решение.

Пусть  $O$  и  $O_1$  — центры первой и второй окружностей соответственно (см. рисунок). Линия центров касающихся окружностей проходит через их точку касания, поэтому расстояние между центрами окружностей равно сумме их радиусов, то есть 100.



Опустим перпендикуляр  $OP$  из центра меньшей окружности на радиус  $O_1C$  второй окружности. Тогда  $O_1P = O_1C - PC = O_1C - OA = 55 - 45 = 10$ .

Из прямоугольного треугольника  $OPO_1$  находим, что  $OP^2 = 9900$ , а так как четырёхугольник  $AOPC$  — прямоугольник,  $AC = OP$ .

Опустим перпендикуляр  $AQ$  из точки  $A$  на прямую  $CD$ , тогда

$$\angle O_1OP = 90^\circ - \angle OO_1P = \angle O_1CD = 90^\circ - \angle ACQ = \angle CAQ.$$

Прямоугольные треугольники  $AQC$  и  $OPO_1$  подобны по острому углу,

поэтому  $\frac{AQ}{AC} = \frac{OP}{OO_1}$ . Следовательно,  $AQ = \frac{OP \cdot AC}{OO_1} = \frac{OP^2}{OO_1} = 99$ .

Ответ: 99.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>